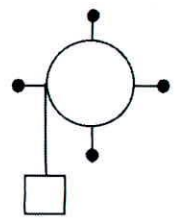
Facultad Regional de Buenos Aires

Universidad Tecnológica Nacional

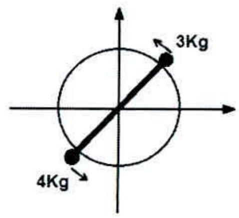
Física 1

Segundo Parcial

1) Un volante cilíndrico de masa M=3Kg y R=40cm tiene 4 esferas macizas iguales, de radio despreciable y masa m_e=100g c/u que están unidas al cilindro mediante varillas rígidas de masas despreciables cuyas longitudes, medidas desde el borde del cilindro, son de 30cm cada una. El cilindro puede girar alrededor de un eje fijo horizontal que pasa por el centro del mismo. Una pesa de m=0,5Kg está suspendida del extremo de una cuerda inextensible y de masa despreciable que está arrollada al cilindro. Se le da al volante una velocidad angular inicial ω_0 = 5s^{-1} en sentido horario, y la pesa asciende 1 metro hasta detenerse. Calcule el momento de fricción en el eje del volante

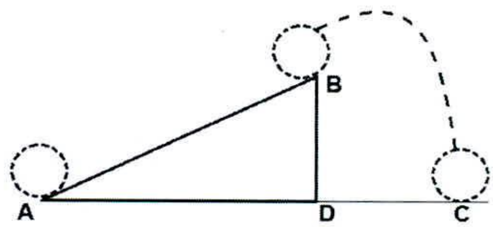


2) Una barra rígida de masa despreciable de 1m de largo une dos partículas con masas de 4Kg y 3Kg en sus extremos. El sistema gira en el plano xy en torno a un eje que atraviesa el centro de la barra como muestra la figura. Determine la cantidad de movimiento angular del sistema en torno al origen cuando la rapidez de cada partícula sea de 5m/s.



3) Una esfera de masa m y radio R (I_{CM}= 2/5 mR^2), pasa por A con V_{CM}=20m/s. Asciende rodando sin deslizar y cae al piso en C. Se desprecia roce con el aire. Utilizando consideraciones energéticas, calcule la velocidad del centro de masa en B y la velocidad de la esfera justo antes de tocar el piso en el punto C

Datos: R=10cm, BD=10m

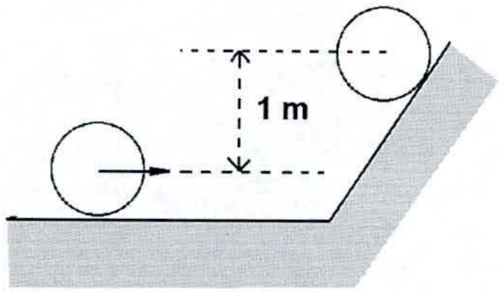


4) Por un tubo de desnivel fluyen 400m^3 de agua por segundo. La presión en el extremo más bajo es de 3 atm. El extremo más alto se encuentra a 6 m de altura con respecto al nivel del extremo inferior. El diámetro del tubo en el extremo más bajo y más alto son, respectivamente, 30cm y 20cm. Calcule la presión en el extremo más alto.

5) Una masa m_1= 0,5Kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa, y unida a un extremo de un resorte de constante K=1250N/m, que se apoya en su otro extremo a una pared vertical. La masa m_1 choca frontalmente con otra masa m_2=0,25Kg que se mueve con una velocidad de 20 m/s. El choque se realiza con un coeficiente de restitución e=0,2. Calcule la máxima compresión del resorte.

6) Una partícula oscila con Movimiento Armónico Simple. En el instante t=0s pasa por la posición de equilibrio con una rapidez de 2m/s. Cuando se halla a 20mm de su posición de equilibrio el módulo de su aceleración es de 50 m/s^2. Determine la fase inicial, la amplitud y la pulsación para este movimiento.

7) Un aro ($I_{CM}=mR^2$) tiene en un determinado momento una velocidad inicial V_0 y asciende rodando sin deslizar por un plano inclinado. Halle el valor de V_0 necesario para que el centro de masa se eleve un metro respecto del nivel inicial.

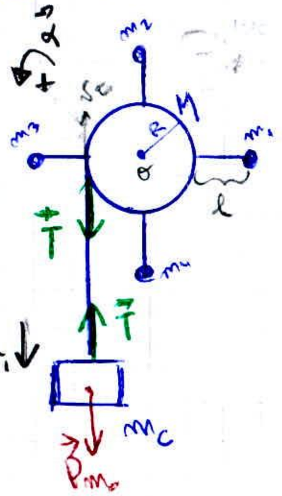


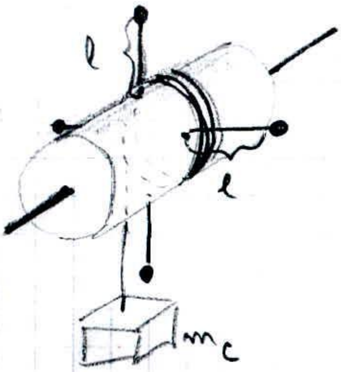
8) Se desea elevar un cuerpo de 1000Kg utilizando una elevadora hidráulica de plato grande circular de 50cm de radio y plato pequeño circular de 8cm de radio. Calcular cuánta fuerza hay que hacer en el émbolo pequeño.

9) Una plataforma circular con momento de Inercia respecto de su eje vertical de 3200 Kg m^2 tiene montada a una persona de 100 Kg a 1 m de dicho centro. En dichas condiciones el sistema está girando, sin rozamiento a una velocidad constante. Cuando la persona se desplaza hasta el borde de la plataforma, su velocidad se reduce a la mitad. Calcule el radio de la plataforma. Considere a la persona como una partícula puntual.

Física 1 - 2° parcial - Patricia Repossi

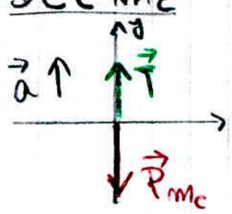
① Un volante cilíndrico de $M = 3\,kg$ y $R = 40\,cm$ tiene 4 esferas macizas iguales, de radio despreciable y masa 100 gr c/u que están unidas al cilindro mediante varillas rígidas de masas despreciables cuyas longitudes medidas desde el borde del cilindro, son de 30 cm cada una.
El cilindro puede girar alrededor de un eje fijo horizontal que pase por el centro del mismo.
Una pesa de $m = 0{,}5\,kg$ está suspendida del extremo de una cuerda inextensible y de masa despreciable que está arrollada al cilindro.
Se le da al volante una velocidad angular inicial de $\omega_0 = 5/seg$ en sentido horario, y la pesa asciende 1 m hasta detenerse.
Calcule el momento de fricción en el eje del volante.





$M = 3\,kg \rightarrow P_M = 30\,N$
$R = 0{,}4\,m$
$m_i = 0{,}1\,kg \ (i \in [1;4])$
$l = 0{,}3\,m$
$m_C = 0{,}5\,kg \rightarrow P_{m_c} = 5\,N$
$w_0 = -5/seg$
$w_f = 0/seg$ (se detiene)

• DCL m_c

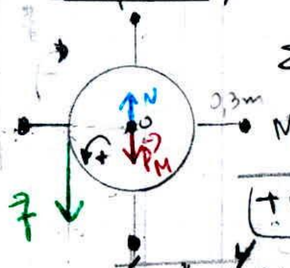


$\sum \vec{F}_y = m_c \vec{a}_y$

$\boxed{T - P_{m_c} = m_c\, a}$

$\boxed{T = P_{m_c} - m_c\, a}$

Cuerpo M; rotación



$\sum \vec{M} = I_0 \vec{\alpha}$

$M_T - M_{FR} = I_0 \cdot \vec{\alpha}$

$\boxed{T R - M_{FR} = I_0 \vec{\alpha}}$ (I)

$d = (0{,}3 + 0{,}4)\,m = 0{,}7\,m$

La inercia de cada esfera es despreciable pues r es despreciable. Aplico Steiner.

$$I_0 = I_{cilindro} + \underset{i \in [1,4]}{I_{esfera\ i}} = \frac{1}{2} M R^2 + 4\, m_i \cdot d^2 =$$
$$= \frac{1}{2}\, 3\,kg\ 0{,}4^2\,m^2 + 4 \cdot 0{,}1\,kg \cdot 0{,}7^2\,m^2 = \boxed{0{,}436\,kgm^2 = I_{0\,sist}}$$

$$w_0 = 5/seg \rightarrow v_t = \omega R = 5\,\frac{rad}{seg} \cdot 0{,}4\,m = \boxed{2\,m/seg = v_0\, t}$$

$\boxed{a_1 = a_t}$ del cuerpo

$$\rightarrow Y(t) = v_0 t - \frac{a_1}{2} t^2 \rightarrow y(t) = 2\,\frac{m}{seg}\, t - \frac{a_1}{2} t^2 \rightarrow y(t_f) = 1\,m = 2\,\frac{m}{seg}\, t_f - \frac{a_1}{2} t_f^2$$

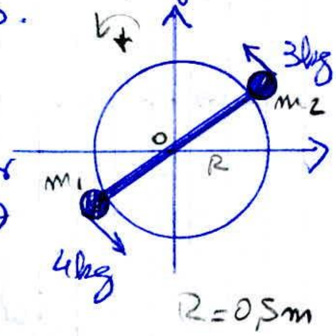
$t_0 = 0$
$$a_1 = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{0\,m/seg - 2\,m/seg}{\Delta t} \Rightarrow a_1 = \frac{2}{t}\,\frac{m}{seg} \rightarrow 1\,m = 2\,\frac{m}{seg}\, t_f - \frac{1}{t_f}\,\frac{m}{seg}\, t_f^2 = 1\,\frac{m}{seg}\, t_f \rightarrow \boxed{t_f = 1\,seg}$$

$$\vec{a}_t = \vec{a}_1 = \alpha R \rightarrow a_t = 2\,\frac{m}{seg^2} = \alpha \cdot 0{,}4\,m \rightarrow \boxed{\alpha = 5/seg^2}$$

(I) $$M_{FR} = T R - I_0 \alpha = (P_{m_c} - m_c\, a_1) \cdot R - I_{0\,sist}\, \alpha =$$
$$= \left(5\,N - 0{,}5\,kg \cdot 2\,\frac{m}{seg^2}\right) \cdot 0{,}4\,m - 0{,}436\,kgm^2 \cdot \frac{5}{seg^2} = \boxed{-0{,}58\,Nm = M_{FR}}$$

Seg

(2) Una barra rígida de masa despreciable de 1 m de largo une dos partículas de masas de 4 y 3 kg en sus extremos. El sistema gira en el plano x y, en torno a un eje que atraviesa el centro de la barra como muestra la figura.
Determine la cantidad de movimiento angular del sistema en torno al origen cuando la rapidez de cada partícula sea de 5 m/seg



$\vec{L} = I_0 \vec{\omega}$ $\qquad v = \omega R = 5\frac{m}{seg} = \omega\, 0{,}5\,m \rightarrow \boxed{\omega = 10/seg}$

$I_0 = I_{m_1} + I_{m_2} = m_1 R^2 + m_2 R^2 = R^2(m_1+m_2) = 0{,}5^2\,m^2\,(4\,kg + 3\,kg)$

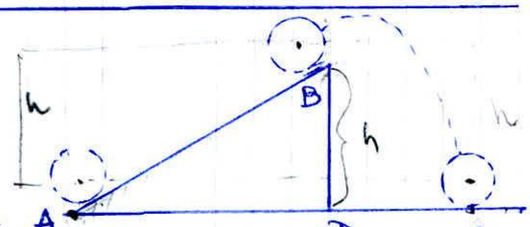
$I_0 = 1{,}75\,kg\,m^2$

$\vec{L} = 1{,}75\,kg\,m^2 \cdot \frac{10}{seg} = \boxed{17{,}5\,kg\frac{m^2}{seg} = \vec{L}}$

---

(3) Una esfera de masa m y radio R ($I_{cm} = \frac{2}{5} m R^2$) pasa por A con $v_{cm} = 20\,m/seg$.

Asciende rodando sin deslizar y cae al piso en C. Se desprecia roce con el aire. Utilizando consideraciones energéticos, calcule la velocidad del centro de masa en B y la velocidad de la esfera justo antes de tocar el piso en el punto C.



Datos: $R = 10\,cm$, $BD = 10\,m = h$ $\qquad v_A = \omega_A R \rightarrow \omega_A = \frac{v_A}{R} = \frac{20\,m/seg}{0{,}1\,m} = 200/seg$

$\sum W_{FNC} = \Delta E_m$. La única FNC es la del rozamiento que produce que rueda (y no deslice) pero Δx es 0
$\therefore W_{FNC} = 0 \rightarrow \Delta E_m = 0 \rightarrow E_{m_A} = E_{m_B}$

$E_{m_A} = E_{m_B}$

$E_{c\,tras\,A} + E_{c\,rot\,A} = E_{c\,rot\,B} + E_{c\,trasl\,B} + E_{P\,B}$

$\frac{1}{2} I_{CM}\omega_A^2 + \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} I_{CM}\omega_B^2 + \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{R^2}\cdot\frac{v_A^2}{\cancel{R^2}} + \frac{1}{2}\cancel{m} v_A^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{R^2}\frac{v_B^2}{\cancel{R^2}} + \frac{1}{2}\cancel{m} v_B^2 + \cancel{m} g h$

$\frac{v_A^2}{5} + \frac{v_A^2}{2} = \frac{v_B^2}{5} + \frac{v_B^2}{2} + gh$

$\frac{\cancel{7}}{\cancel{10}} v_A^2 = \frac{\cancel{7}}{\cancel{10}}\left(v_B^2 + \frac{10}{7} g h\right)$

$-\frac{10}{7} g h + v_A^2 = v_B^2 = 20^2\frac{m^2}{seg^2} - \frac{10}{7}\, 10\frac{m}{seg^2}\cdot 10\,m$

$v_B^2 = 257{,}15\,m^2/seg^2$

$\boxed{v_B = 16\,m/seg}$

2° parcial Física I

de B a C Solo F. Conserv. $\rightarrow \Delta E_m = 0$

$$E_{mB} = E_{mC}$$

$$E_{pB} + E_{c\,ROTAC\,B} + E_{c\,TRASL\,B} = E_{c\,ROT\,C} + E_{c\,TRAS\,C}$$

$$m.g.h + \frac{1}{2} I_{cm}\,\omega_B^2 + \frac{1}{2} m\,v_B^2 = \frac{1}{2} I_{cm}\,\omega_C^2 + \frac{1}{2} m\,v_C^2$$

$\boxed{\text{de B a C No hay roz} \rightarrow \omega_B = \omega_C}$

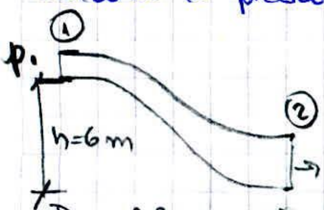
$$\cancel{m}gh + \cancel{\frac{1}{2} I_{cm}\,\omega_B^2} + \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_B^2 = \cancel{\frac{1}{2} I_{cm}\,\omega_B^2} + \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_C^2$$

$$gh + \frac{v_B^2}{2} = \frac{v_C^2}{2} \rightarrow v_C^2 = 2gh + v_B^2 = 457{,}15\ m^2/seg^2$$

$$\boxed{v_C = 21{,}4\ m/seg}$$

---

④ Por un tubo ~~en~~ desnivel fluyen 400 m³ de agua por segundo. La presión en el extremo más bajo es de 3 atm. El extremo más alto se encuentra a 6m de altura con respecto al nivel del extremo inferior. El diámetro del tubo en el extremo más bajo y más alto son, respectivamente, 30 cm y 20 cm. Calcule la presión en el extremo más alto.



Conservación del caudal $\rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = 400 \frac{m^3}{seg}$

$Q = s.v \rightarrow v_1 = \frac{Q}{s_1} = 400 \frac{m^3}{seg} \cdot \frac{1}{0{,}0314\,m^2} = \boxed{12.732\ m/seg = v_1}$

$D_1 = 0{,}2m \rightarrow r_1 = 0{,}1m \rightarrow s_1 = 0{,}0314\ m^2$

$D_2 = 0{,}3m \rightarrow r_2 = 0{,}15m \rightarrow s_2 = 0{,}0707\,m^2$

$v_2 = \frac{Q}{s_2} = \frac{400\ m^3}{0{,}0707\,m^2}/seg = \boxed{5658\ m/seg = v_2}$

Bernoulli:

$p = 3atm = 101300 \frac{N}{m^2}$

$$p_1 + \frac{1}{2}\delta.v_1^2 + \delta\,g.h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\delta\,v_2^2 + \delta g \overset{0}{h_2}$$

$$p_1 + \frac{1}{2} 1000\frac{kg}{m^3}.12732^2\frac{m^2}{seg^2} + 1000\frac{kg}{m^3}10\frac{m}{seg^2}6m = 3\times 101300\frac{N}{m^2} + \frac{1}{2} 1000\frac{kg}{m^3}.5658^2\frac{m^2}{seg^2}$$

$\boxed{\frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m\,seg^2}}$

$$p_1 = -6{,}5\times 10^{10}\frac{N}{m^2}$$

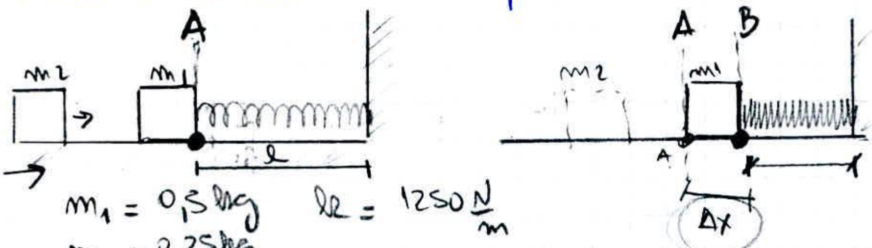
$101300\frac{N}{m^2}$ — 1 atm

$-6{,}5\times 10^{10}\frac{N}{m^2}$ — x =

$$\boxed{p_1 = -642104\ atm}$$

Sylvina

⑤ Una masa $m_1 = 0{,}5\,kg$ se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa, y unida a un extremo de un resorte de constante $k = 1250\,N/m$ que se apoya en su otro extremo a una pared vertical. La masa m_1 choca frontalmente con otra masa $m_2 = 0{,}25\,kg$ que se mueve con una velocidad de $20\,m/seg$.
El choque se realiza con un coeficiente de restitución $e = 0{,}2$.
Calcule la máxima compresión del resorte



$$m_1 \overset{0\,(reposo)}{v_{1a}} + m_2 v_{2a} = m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}$$

$$m_2 v_{2a} = m_1 v_{1d} + m_2 v_{2d}$$

$$\boxed{0{,}25\,\cancel{kg}\; 20\,\frac{m}{seg} = 0{,}5\,\cancel{kg}\, v_{1d} + 0{,}25\,\cancel{kg}\, v_{2d}} \quad ①$$

$m_1 = 0{,}5\,kg \qquad k = 1250\,\frac{N}{m}$

$m_2 = 0{,}25\,kg$

$v_{2a} = 20\,m/seg \qquad e = 0{,}2 \rightarrow 0{,}2 = \dfrac{-(v_{2d} - v_{1d})}{v_{2a} - \underbrace{v_{1a}}_{0}} \rightarrow 0{,}2\,\overset{20\,m/seg}{v_{2a}} = v_{1d} - v_{2d}$

$v_{1a} = 0\,m/seg \qquad \boxed{4\,m/seg = v_{1d} - v_{2d}}\ ②$

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\begin{cases} 5\,m/seg = 0{,}5\,v_{1d} + 0{,}25\,v_{2d} \\ 4\,m/seg = v_{1d} - v_{2d} \end{cases} \rightarrow \begin{array}{cc} v_{1d} & v_{2d} \\ \end{array} \left(\begin{array}{cc|c} 0{,}5 & 0{,}25 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \end{array}\right) \rightarrow \underbrace{\begin{matrix} v_{1d} = 8\ m/seg \\ v_{2d} = 4\ m/seg \end{matrix}}_{\overrightarrow{\ \ }\ \overrightarrow{\ \ }}$$

Entre A y B : $\Delta Em = 0 \rightarrow Em_A = Em_B$

$$Ec_A = Ee_B$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}}\, m_1 v_A^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}}\, k\, \Delta x^2$$

$v_A = v_{1d}$

$$\frac{m_1 v_A^2}{k} = \Delta x^2 = \frac{0{,}5\,kg}{1250}\; 8^2\,\frac{m^2}{seg^2}\,\frac{m}{N} =$$

$$= 0{,}0256\ \frac{\cancel{kg}\, m^{\cancel{3}2}\, \cancel{seg^2}}{\cancel{seg^2}\, \cancel{kg\, m}}$$

$$\rightarrow \boxed{\Delta x = 0{,}16\,m}$$

---

⑥ Una partícula oscila con movimiento armónico simple. En el instante $t = 0\,seg$ pasa por la posición de equilibrio con una rapidez de $2\,m/seg$. Cuando se halla a $20\,mm$ de su posición de equilibrio el módulo de su aceleración es de $50\,m/seg^2$. Determine la fase inicial, la amplitud y la pulsación para este movimiento

$20\,mm = 0{,}02\,m$

tomo 1 de los 2

$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)\,m \rightarrow x(0) = 0\,m = A\cos(\varphi) \rightarrow \boxed{\varphi_0 = \frac{\pi}{2}}$ o $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$

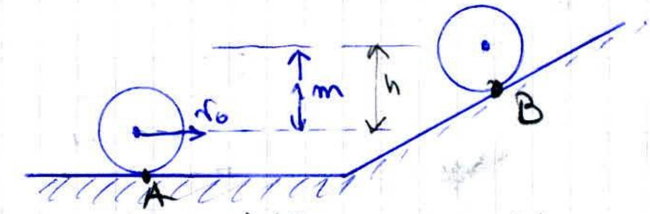
$v(t) = -A\omega\, sen(\omega t + \varphi_0) \rightarrow |v(0)| = -A\omega\, sen\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\,m/seg$

$x(t_1) = A\cos(\omega t_1 + \varphi_0)\,m = 0{,}02\,m\ ;\ a(t_1) = -\omega^2 \underbrace{A\cos(\omega t_1 + \varphi_0)}_{x(t_1)}\,m = -0{,}02\,m\,\omega^2$

$|a(t_1)| = 50\,m/seg^2 = |-0{,}02\,m|\,\omega^2 \rightarrow \omega^2 = 2500 \rightarrow \boxed{\omega = 50}$

$|v(0)| = \left|-A\,50\,sen\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| = 2\,\frac{m}{seg} = A\,50 \rightarrow \boxed{A = 0{,}04}$

(7) Un aro ($I_{CM} = mR^2$) tiene en un determinado momento una velocidad v_0 y asciende rodando sin deslizar por un plano inclinado. Halle el valor de v_0 necesario para que el centro de masa se eleve un metro respecto del nivel inicial



Considero que se detiene en B

Existe Fuerza de Rozamiento estática pero W_{fe} es cero pues $\Delta x = 0$ m (no desliza)

$$\rightarrow \sum W_{FNC} = 0 = \Delta E_m \rightarrow E_{m_A} = E_{m_B}$$

$v_0 = v_A$

$$E_{c\ rotac\ A} + E_{c\ trasl\ A} = E_{p_B}$$

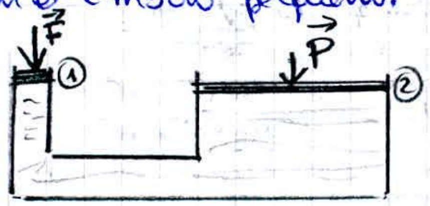
$$\frac{1}{2} I_{cm}\, \omega_A^2 + \frac{1}{2} m v_A^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} R^2 \frac{v_0^2}{\cancel{R^2}} + \frac{1}{2} \cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} g h$$

$$v_0^2 = 10 \frac{m}{seg^2} \cdot 1m = 10 \frac{m^2}{seg^2} \rightarrow \boxed{v_0 = 3{,}16\ m/seg}$$

---

(8) Se desea elevar un cuerpo de 1000 kg utilizando una elevadora hidráulica de plato grande circular de 50 cm de radio y plato pequeño circular de 8 cm de radio. Calcular cuánta fuerza hay que hacer en el émbolo pequeño.



$P = 10\,000$ N

$r_1 = 0{,}08$ m $\rightarrow A_1 = 0{,}02\ m^2$

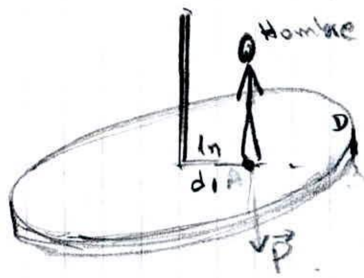
$r_2 = 0{,}5$ m $\rightarrow A_2 = 0{,}785\ m^2$

$$A_1 F = A_2 P \rightarrow F = \frac{A_2 P}{A_1} = \frac{0{,}785 m^2\ 10.000 N}{0{,}02 m^2} = 392500 N$$

$$\boxed{F = 392\,500\ N}$$

Sy

(9) Una plataforma circular con momento de inercia respecto de su eje vertical de 3200 kg m^2 tiene montada a una persona de 100 kg a 1 m de dicho centro.
En dichas condiciones el sistema está girando, sin rozamiento, a una velocidad constante. Cuando la persona se desplaza hasta el borde de la plataforma, su velocidad se reduce a la mitad. Calcule el radio de la plataforma. Considere a la persona como una partícula puntual.



$I_D = 3200 \text{ kg m}^2$

$m_H = 100 \text{ kg} \rightarrow P_H = 1000 \text{ N}$

$N_F = \frac{N_0}{2}$

No hay fuerzas exteriores al sistema

$$\rightarrow \quad \Sigma \vec{M} = 0 \rightarrow \vec{L} \text{ cte}$$

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f$$

$$\vec{L}_{Hi} + \vec{L}_{Di} = \vec{L}_{Hf} + \vec{L}_{Df}$$

$$m_H d_1 |\vec{N}_0| + I_D \cdot w_i = m_H d_2 |\vec{N}_F| + I_D w_f$$

$$100 \text{ kg } 1\text{m} \cdot N_0 + 3200 \text{ kg m}^2 \frac{N_0}{1\text{m}} = 100 \text{ kg} \cdot R \frac{N_0}{2} + 3200 \text{ kg m}^2 \cdot \frac{N_F}{R}$$

$$100 \text{ kg m} \cancel{N_0} + 3200 \text{ kg m} \cancel{N_0} = 50 \text{ kg } R \cancel{N_0} + 3200 \text{ kg m}^2 \cdot \frac{\cancel{N_0}}{2} \frac{1}{R}$$

$$3300 \text{ kg m} = 50 \text{ kg } R + 1600 \frac{\text{kg m}^2}{R}$$

$$3300 \text{ kg m } R = 50 \text{ kg } R^2 + 1600 \text{ kg m}^2$$

$$\boxed{R = 65 \text{m}}$$